

## Diseño de un Controlador Automático en Redes de Petri para un Proceso de Producción

Luis H. Rivera Cambero  
ITS de La Huerta  
R. Palomera no. 161, Col. El  
Magüey, C.P. 48850, La Huerta,  
Jalisco, México.  
(Teléfono: (357)-384-1884;  
luis.rivera@itslahuerta.edu.mx)

Luis I. Aguirre Salas  
U. de G., CUCSUR  
Av. Independencia N. no. 151,  
C.P. 48900, Autlán de Navarro,  
Jalisco, México.  
(Teléfono: (317)-382-5010;  
laguirre@cucsur.udg.mx)

Alejandra Santoyo Sánchez  
U. de G., CUCEI  
Blvd. M. García Barragán no. 1421,  
C.P. 44430, Guadalajara, Jalisco,  
México.  
(Teléfono: (33)-1378-5900;  
alejandra.santoyo@ucei.udg.mx)

**Resumen**—En este trabajo se presenta el modelado y diseño de un controlador para un proceso de producción de envasado de líquido en botellas PET, fundamentado en la teoría de redes de Petri y con la metodología de Moody y Antsaklis, (1999). El controlador restringe el funcionamiento del proceso con el diseño de una red de Petri auxiliar que se implementa en el modelo de la planta para controlar transiciones incontrolables y medir lugares inobservables.

**Palabras clave:** Sistemas de eventos discretos, redes de Petri, controlador, observador.

### I. INTRODUCCIÓN

Hace tiempo que se han realizado estudios para mejorar los procesos industriales para que los productos se elaboren en menor tiempo, a un menor costo y con mejor calidad, si los procesos se hacen flexibles se puede lograr lo anterior al incorporar nuevas tecnologías, nuevos productos y nuevas estructuras organizacionales adaptándose a los cambios que exige el mercado. Existen algunas propuestas (Chacón *et. al*, 2002; Li and Williams, 1994; Wyns, 1999) que intentan dar solución a este problema al dividir el proceso en subprocesos como sea posible sin modificar las características de un sistema de producción y que a su vez tengan autonomía. Cada uno de los subprocesos está formado por una parte física que le proporciona valor agregado al producto y un supervisor cuya función principal es analizar el estado de la planta y en función de su comportamiento, compararlo con metas previamente establecidas y tomar las acciones necesarias para alcanzarlas.

Es necesaria la obtención de un modelo dinámico del sistema para iniciar su análisis, detectar comportamientos no deseados como bloqueos o de conflicto y obtener esquemas de control para establecer una dinámica deseada en la ejecución de tareas concurrentes y flexibles. La coordinación de tareas de estos sistemas comúnmente está basada en la ocurrencia de eventos, por lo que es posible modelar mediante la teoría de sistemas de eventos discretos (SED) (Valdés *et. al*, 2010).

Un SED es un sistema dinámico que tiene un espacio de estados contable y que evoluciona según la ocurrencia de eventos. El estudio de este tipo de sistemas ha crecido en las últimas décadas, dada su importancia. Ejemplos de este tipo de sistemas son las redes de computadoras, los sistemas distribuidos, los sistemas de manufactura, los sistemas de control de tráfico, entre otros. Las redes de Petri (RdP) se han

utilizado para modelar los SED y han demostrado ser una de las herramientas más eficientes, debido a su interfaz gráfica y a su soporte matemático que permite analizar las propiedades de los modelos (Silva, 1985; Murata, 1989). En particular, cuando se requiere analizar propiedades como la observabilidad, controlabilidad y estabilidad, los investigadores han introducido una extensión a las RdP llamada Redes de Petri Interpretadas (RPI), las cuales asignan las señales de control y las señales de los sensores a los nodos de la red (Meda *et. al*, 1998).

Durante el proceso de diseño o análisis de un sistema, primero se genera un modelo en RPI, luego este modelo se simula o analiza para comprobar que su funcionamiento cumpla con las especificaciones o que el sistema tenga las propiedades deseadas como vivacidad, acotabilidad y repetitividad (Desel and Esparza, 1995). También en base a un modelo se pueden diseñar observadores, controladores o detectores de fallas (Zhou and K. Venkatesh, 1998; Seatzu C. and A. Giua, 2000).

El aporte principal de este trabajo es el diseño un controlador en RdP para un proceso de producción, con la característica particular de optimizar el comportamiento de la planta con base en restricciones previas.

### II. DEFINICIONES BÁSICAS

En esta sección se presentan las definiciones formales de las RdP y de las RPI, así como los conceptos asociados a las mismas que serán utilizados en el trabajo. Para un estudio más detallado de las RdP se puede consultar (Murata, 1989; Desel and Esparza, 1995; Aguirre, 2002).

#### A. Redes de Petri

*Definición 1:* Una red de Petri (RdP) es

- Un grafo  $G = (L, T, E, S)$  donde  $L = \{l_1, l_2, \dots, l_n\}$  es un conjunto finito de  $n$  nodos llamados lugares representados gráficamente mediante círculos,  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$  es el conjunto finito de  $m$  nodos llamados transiciones representados mediante barras,  $E : L \times T \rightarrow \square$  es la función de entrada que representa los arcos que van de los lugares hacia las transiciones,  $S : L \times T \rightarrow \square$  es la función de salida que representa los arcos que van de las transiciones hacia los lugares.
- Una función de marcado,  $M : L \rightarrow \square$ , la cual asigna a cada lugar un número dado de elementos llamados marcas, representadas por puntos dentro de los lugares.

- Un marcado inicial  $M_0$  el cual es una asignación arbitraria de marcas en el momento inicial.

El grafo de una RdP representa su estructura, mientras que el marcado es su estado en un momento dado. El grafo de una RdP puede ser representado mediante su matriz de incidencia  $C = [c_{ij}]_{n \times m}$ , donde  $c_{ij} = S(l_i, t_j) - E(l_i, t_j)$ . Sean  $N$  una RdP y sea  $x$  un nodo de la red, entonces  $\bullet(x) = \{y \mid \text{existe un arco de } y \text{ a } x\}$  y  $(x)\bullet = \{y \mid \text{existe un arco de } x \text{ a } y\}$  son los conjuntos de predecesores y sucesores del nodo  $x$ , respectivamente.

El cambio de un estado a otro se conoce como evolución de la red y tiene lugar al dispararse una transición habilitada, es decir al ocurrir un evento. Una transición  $t_j$  está habilitada si  $\forall l_i \in L$ , se cumple que  $M(l_i) \geq E(l_i, t_j)$ . El conjunto de transiciones habilitadas en un marcado  $M_k$  es  $E(M_k)$ . Si una transición habilitada  $t_j$  es disparada en un marcado  $M_k$  entonces se alcanza el nuevo marcado  $M_{k+1}$  el cual puede ser calculado mediante la ecuación  $M_{k+1} = M_k + C\vec{v}_k$  donde  $\vec{v}_k$  es el vector de disparo de la transición  $t_j$  definido como  $\vec{v}_k(i) = 1$  si  $i = j$  y  $\vec{v}_k(i) = 0$ , en otro caso.

Cambiar de un marcado a otro al disparar una transición habilitada se denota como  $M_k \xrightarrow{t_j} M_{k+1}$ . Una secuencia de disparos es una secuencia  $\sigma = t_1 t_2 \dots t_k$  tal que  $M_0 \xrightarrow{t_1} M_1 \xrightarrow{t_2} \dots \xrightarrow{t_k} M_k$  o simplemente  $M_0 \xrightarrow{\sigma} M_k$ . El conjunto  $R(N, M_0) = \{M_k \mid M_0 \xrightarrow{\sigma} M_k\}$  es llamado conjunto de alcanzabilidad y contiene todos los marcados que se pueden visitar desde  $M_0$ .

Una red es b-acotada si  $\forall M_k \in R(N, M_0)$  se tiene que  $\forall l \in LM_k(l) \leq b$ , donde  $b \in N$ . Si  $b=1$  entonces se dice que la red es binaria porque sus lugares sólo pueden tener cero o una marca en cualquier marcado alcanzable.

### B. Redes de Petri Interpretadas

En particular, en este trabajo se abordan las redes de Petri interpretadas, las cuales extienden a las RdP al añadir señales de entrada y salida a los nodos de la red, así permite dar una interpretación física al modelo (Meda *et. al.*, 1998; Aguirre *et. al.*, 2002; Rivera *et. al.*, 2000).

**Definición 2:** Una red de Petri Interpretada (RPI) es

- Una red de Petri  $N = (G, M_0)$
- Un alfabeto de entrada  $\Sigma = \{a_1, a_2, \dots, a_u\}$
- Un alfabeto de salida  $\Phi = \{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_u\}$
- Una función  $\lambda : T \rightarrow \Sigma \cup \{\varepsilon\}$  que asigna un símbolo de entrada o el símbolo nulo a cada transición de la red
- Una función  $\zeta : P \rightarrow \Phi \cup \{\varepsilon\}$  que asigna un símbolo de salida o el símbolo nulo a cada lugar de la red
- Una función  $\varphi : R(N, M_0) \rightarrow [\square]_q$  que asigna un símbolo de salida a cada marcado alcanzable de la red, donde  $q$  es el número de lugares que tienen asignada la señal de un sensor (ver más adelante).

El alfabeto de entrada  $\Sigma$  puede verse como las señales de los actuadores asignadas a las transiciones mediante la función  $\lambda$ ; igualmente, el alfabeto  $\Phi$  puede verse como las señales de los sensores asignados a los lugares mediante la función  $\zeta$ . Por otro lado, la función puede ser vista como una proyección natural de los marcados alcanzables sobre los lugares que tienen asignado sensor. En este contexto surgen las siguientes

definiciones.

**Definición 3:** Una transición  $t_i$  es llamada controlada si  $\lambda(t_i) \neq \varepsilon$  en otro caso es llamada no controlada. Un lugar  $l_i \in L$  es llamado medido si tiene asignada la señal de un sensor; en caso contrario es llamado no medido. Los conjuntos de transiciones controladas y no controladas son  $T_c$  y  $T_u$ , respectivamente; y de igual forma, los conjuntos de lugares medidos y no medidos son  $L_m$  y  $L_n$ . Note que  $T = T_c \cup T_u$ ,  $L = L_m \cup L_n$  y que  $T_c \cap T_u = \emptyset$ ,  $L_m \cap L_n = \emptyset$ . Es decir, todas las transiciones (lugares) son controladas (medidos) o no controladas (no medidos), pero no ambos. Una RPI evoluciona de la misma forma que una RdP, sólo que las transiciones no manipuladas pueden o no ocurrir si están habilitadas; mientras que las transiciones manipuladas deben ocurrir si están habilitadas y su señal de control correspondiente está presente.

**Ejemplo 4:** Considere la RPI de la figura 1, donde los conjuntos de lugares y transiciones son  $L = \{l_1, l_2, l_3, l_4, l_5, l_6, l_7, l_8\}$  y  $T = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5\}$ . La matriz de incidencia del grafo de la red está dada por

$$C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Se tiene, por ejemplo que los lugares de entrada y de salida de la transición  $t_3$  son  $\bullet(t_3) = \{l_2\}$  y  $(t_3)\bullet = \{l_5, l_6\}$ . La función  $\lambda$  está dada por  $\lambda(t_1) = a$ ,  $\lambda(t_3) = b$ ,  $\lambda(t_5) = c$ ,

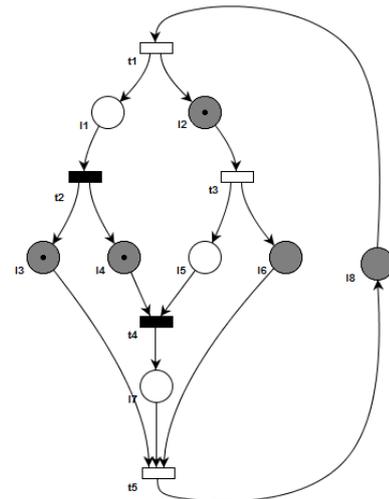


Figura 1. Una red de Petri interpretada

$\lambda(t_2) = \lambda(t_4) = \varepsilon$ . Por lo que,  $T_c = \{t_1, t_3, t_5\}$  y  $T_u = \{t_2, t_4\}$ . Note que las transiciones controladas y no controladas están representadas como barras blancas y negras, respectivamente. La función de salida  $\varphi$  está dada por la matriz

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Por lo que,  $L_m = \{l_1, l_5, l_7\}$  son los lugares medidos y  $L_n = \{l_2, l_3, l_4, l_6, l_8\}$  son los lugares no medidos, representados en blanco y gris, respectivamente. El marcado inicial es  $M_0 = [01110000]^T$  donde, por ejemplo,  $M_0(l_2) = 1$ . En este caso, las transiciones habilitadas en  $M_0$  son  $E(M_0) = \{t_3\}$ , porque  $M_0(l_2) = 1 \geq E(l_2, t_3) = 1$ . En cambio, la transición  $t_4$  no está habilitada porque  $M_0(l_4) = 1 \geq E(l_4, t_4) = 1$  pero  $M_0(l_5) = 0 \geq E(l_5, t_4) = 1$ . La transición  $t_3$  debe dispararse cuando se presente la señal  $\lambda(t_3) = b$ . Si esto ocurre, se removerá una marca del lugar de entrada  ${}^*(t_3) = \{l_2\}$  y se pondrá una marca en cada lugar de salida  $(t_3)^* = \{l_5, l_6\}$ . Así el marcado alcanzado al disparar  $t_3$  es  $M_1 = [00111100]^T$ . Si se analiza toda la evolución de esta red es posible determinar que se trata de una red binaria.

### C. Controlador en redes de Petri

Una transición en la planta se llama incontrolable si el disparo de transición que puede ser inhibida por una acción externa. La libertad de disparo de una transición incontrolable está limitada únicamente por la estructura y el estado de la planta. Para que el modelado del controlador de red de Petri, tenga la capacidad de control para inhibir la transición, está íntimamente ligada con su capacidad para cambiar de estado basado en observaciones de las transiciones.

**Definición 5:** Sea  $D_{uc}$  una matriz de incidencia compuesta por columnas de  $D_p$  que corresponden a las transiciones incontrolables de la planta.  $D_{uc} \in \square$  donde  $n_{uc}$  es el número de transiciones incontrolables. Teniendo en cuenta un conjunto de restricciones  $L\mu_p \leq b$ , el controlador de red de Petri está dado por  $D_c = -LD_p$ .

**Ejemplo 6:** La red de Petri de la figura 2 contiene dos transiciones incontrolables:  $t_2$  y  $t_3$ . Las marcas en los lugares  $p_2$  y  $p_3$  no pueden impedirse viajar libremente entre estos dos lugares. Sin embargo  $t_1$  se puede utilizar para detener la introducción de nuevas marcas en  $p_2$  y  $p_3$ , y  $t_4$  se puede utilizar para evitar que las marcas abandonen la red (Moody and Antsaklis, 1999).

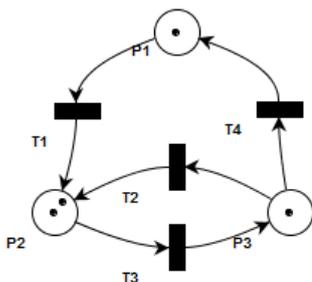


Figura 2. Las transiciones 2 y 3 son incontrolables.

### III. MODELADO DEL PROCESO DE PRODUCCIÓN

El proceso de embotellado de la planta tiene 5 subprocesos o procesos unitarios como lo muestra la figura 2. La producción inicia con la siguiente secuencia:

**Enjuagado.-** Ingresa la botella nueva y se invierte su posición para introducir una aguja que expulsa un chorro de agua purificada a presión para enjuagar y por efecto de la gravedad se estila. Antes de salir se regresa a su posición original.  
**Llenado.-** Al entrar la botella en este proceso, baja

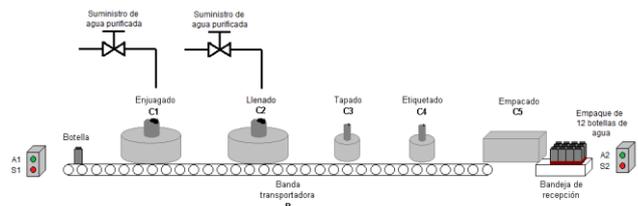


Figura 3. Esquema del proceso del embotellado de agua purificada

una aguja que tapa herméticamente y procede a llenarla antes de salir. **Tapado.-** Cuando detecta una botella, se coloca una tapa y se enrosca hasta lograr un tapado hermético. **Etiquetado.-** En este proceso unitario, al ingresar la botella se ubica una etiqueta en torno y se imprime el lote y fecha de caducidad. **Empacado.-** El proceso unitario se pone en marcha al contabilizar 12 botellas que se posicionan sobre una base de cartón reciclado y se envuelven con plástico termoretráctil, posteriormente se introducen sobre la cámara de calentado para contraer el plástico y finalmente en la salida se obtiene un empaque fácil de transportar.

El proceso opera con dos pares de botoneras de arranque y paro. Las restricciones se muestran en la tabla I en donde se analiza el funcionamiento de la figura 3. Las botoneras de arranque y paro ponen en marcha la banda transportadora B y el proceso unitario de empackado. Tener en cuenta que el suministro de agua purificada es independiente para los procesos unitarios de lavado y envasado.

TABLA I

Restricciones del modelo de la planta

No.	Restricción
1	Al pulsar el arranque del proceso A1 se pone en marcha la banda transportadora B, el carrusel de enjuagado C1, el carrusel de llenado C2, el carrusel de tapado C3 y el carrusel de etiquetado C4. Se detienen B, C1, C2, C3, y C4 al pulsar el paro S1.
2	El proceso de empackado C5 se pone en marcha al pulsar A2. Se detiene por paro al pulsar S2.

Con las restricciones de la tabla I, se obtiene el modelo en red de Petri del proceso mostrado en la figura 4 (Jiménez et. al, 2001).

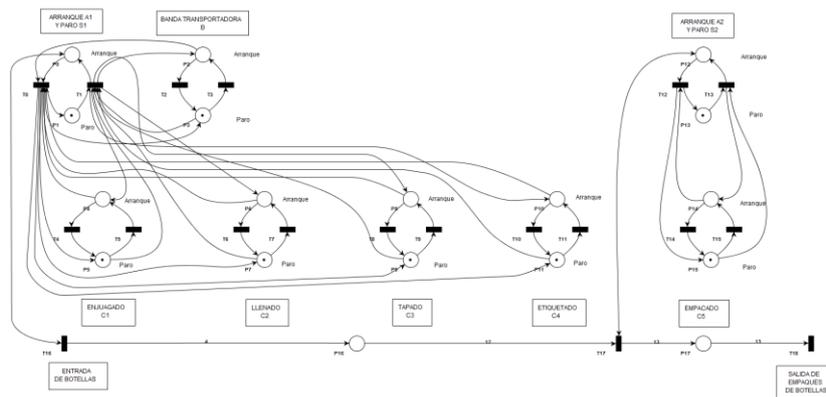


Figura 4. Red de Petri del proceso del embotellado de agua purificada

Al analizar la evolución del marcado en el modelo obtenido de la RdP, se observa que las marcas en el lugar P16 corresponden a la cantidad de botellas dentro del proceso. En caso de falla, el operador desconoce la ubicación de la misma por lo que debe buscar el proceso unitario que se encuentra para corregir y restablecer el funcionamiento.

#### IV. DISEÑO DEL CONTROLADOR

Una vez estudiado el comportamiento del proceso anterior (figura 3), se procede a dividir los procesos unitarios para que operen bajo ciertas condiciones individualmente según se muestra en la tabla II. La división de los procesos se hace al seccionar la banda transportadora (figura 5) para acoplar el controlador en la RdP del modelo, al considerar las nuevas restricciones.

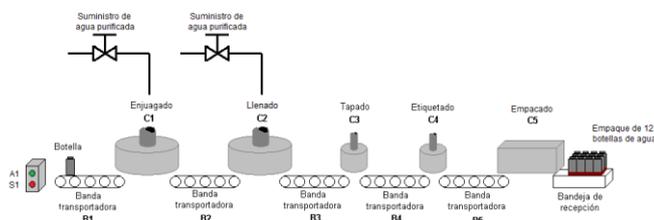


Figura 5. Esquema del proceso del embotellado de agua purificada

Las restricciones se determinan mediante un análisis del comportamiento del proceso. Se considera la separación en subprocesos para optimizar su funcionamiento (Chacón, 2002).

TABLA II

Condiciones para la operación del proceso del embotellado de agua purificada.

No.	Restricción
1	La banda transportadora B1 se pone en marcha al colocar la primera botella y se detiene si C1 se detiene o por paro de emergencia.
2	El carrusel C1 inicia el enjuague si el sensor EC1 detecta botella y se detiene si el tanque T1 cambia a nivel bajo o si el carrusel C2 se detiene o si las botellas que entran han salido o por paro de emergencia.

3	La banda transportadora B2 se pone en marcha si el sensor SC1 detecta botella y se detiene si el carrusel C2 se detiene o si las botellas que entraron han salido o por paro de emergencia.
4	El carrusel C2 pone en marcha el llenado si el sensor EC2 detecta botella y se detiene si el tanque T2 cambia a nivel bajo o si el carrusel C3 se detiene o si las botellas que entran han salido o por paro de emergencia.
5	La banda transportadora B3 se pone en marcha si el sensor SC2 detecta botella y se detiene si el proceso de etiquetado C3 se detiene o si las botellas que entran han salido o por paro de emergencia.
6	El proceso de etiquetado C3 arranca si el sensor EC3 detecta botella y se detiene si E1 no se encuentra disponible o si el proceso de etiquetado C4 se detiene o si las botellas que entran han salido o por paro de emergencia.
7	La banda transportadora B4 se pone en marcha si el sensor SC3 detecta botella y se detiene si el proceso de etiquetado C4 se detiene o si las botellas que entran han salido o por paro de emergencia.
8	El proceso de etiquetado C4 se pone en marcha si el sensor EC4 detecta botella y se detiene si E2 no se encuentra disponible o si el proceso de empaclado C5 se detiene o si las botellas que entran han salido o por paro de emergencia.
9	La banda transportadora B5 se pone en marcha si el sensor SC4 detecta botella y se detiene si E3 no se encuentra disponible o si el proceso de empaclado C5 se detiene o si las botellas que entran han salido o por paro de emergencia.
10	El proceso de empaclado C5 se pone en marcha si el sensor EC5 detecta botella y se detiene si E3 no se encuentra disponible o si el paquete de botellas sale o por paro de emergencia.

Con la metodología de Moody y Antsaklis (1999), se obtiene el controlador implementado en la RdP del modelo (figura 6).

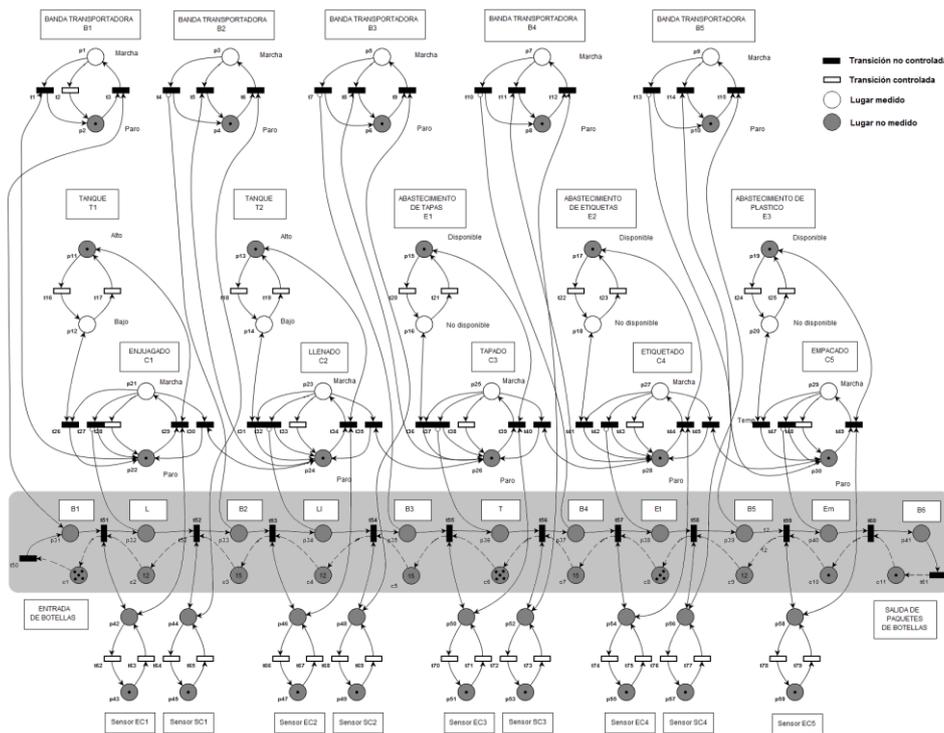


Figura 6. Red de Petri del proceso de embotellado de agua purificada con controlador

El modelo en RdP obtenido, representa el funcionamiento del proceso al independizar los procesos unitarios para que trabajen bajo una restricción que es, si el proceso que le precede está en funcionamiento, en caso contrario, detenerse. Al implementar el controlador (lugares y transiciones sombreadas en la figura 6), puede ubicarse la falla en el proceso unitario que ocurra. Además permite analizar si el comportamiento responde a las restricciones planteadas con características de observabilidad y controlabilidad (Moody and Antsaklis, 1999).

### V. RESULTADOS

Las propiedades de la RdP según Desel y Esparza (1995), obtenida permiten la aplicación del método de Moody ya que al realizar el análisis resulta que la red es no binaria, y posee arcos con peso mayor que 1. Las propiedades permiten conocer la naturaleza de la red para determinar si es controlable y observable.

La RdP con el controlador en comparación con la red de la figura 4, demuestra que la observabilidad y controlabilidad del proceso en lugares no medibles es posible al incluir la RdP auxiliar mediante el controlador que restringe su funcionamiento a las condiciones preestablecidas evitando que la red sea de libre disparo.

En la Tabla III, se describen los nodos (lugares) del controlador implementado en el modelo en RdP que corresponden al transporte de las botellas por el proceso. Las marcas de un lugar corresponden a la cantidad de botellas que se encuentran en el proceso unitario, esto permite conocer su estado en cualquier instante de tiempo dependiendo de la evolución del marcado.

TABLA III  
Descripción de los nodos de la red de Petri

Nodo	Etiqueta	Descripción
$p_{31}$	B1	Banda transportadora B1, con capacidad de 5 botellas vacías.
$p_{32}$	L	Interior del proceso de enjuagado C1. Tiene una capacidad de 12 botellas.
$p_{33}$	B2	Banda transportadora B2, con capacidad de 15 botellas vacías.
$p_{34}$	L1	Interior del proceso de lavado C2. Tiene una capacidad de 12 botellas.
$p_{35}$	B3	Banda transportadora B3, con capacidad de 15 botellas llenas.
$p_{36}$	T	Interior del proceso de tapado C3. Tiene una capacidad de 5 botellas.
$p_{37}$	B4	Banda transportadora B4, con capacidad de 15 botellas llenas.
$p_{38}$	Et	Interior del proceso de etiquetado C4. Tiene una capacidad de 5 botellas.
$p_{39}$	B5	Banda transportadora B5, con capacidad de 12 botellas llenas y las acomoda para el proceso de empaçado C5.
$p_{40}$	Em	Interior del proceso de empaçado C5. Tiene una capacidad de 5 botellas.
$p_{41}$	B6	Banda transportadora B6, con capacidad para 1 paquete de 12 botellas llenas.

Se observa que existen lugares no medibles y transiciones no controladas en el accionamiento de las bandas transportadoras, los suministros y los sensores. En el caso del controlador, la red auxiliar convierte esos lugares no medidos ni controlables en medibles y controlables. Con el apoyo del álgebra lineal, se realizaron las restricciones de la planta en la RdP con la ecuación:

$$L\mu_p \leq b \quad (1)$$

Se convirtieron en desigualdades lineales en espacio de estados de la planta:

$$\begin{array}{lll} \mu_{31} \leq 5 & \mu_{35} \leq 15 & \mu_{39} \leq 12 \\ \mu_{32} \leq 12 & \mu_{36} \leq 5 & \mu_{40} \leq 1 \\ \mu_{33} \leq 15 & \mu_{37} \leq 15 & \mu_{41} \leq 1 \\ \mu_{34} \leq 12 & \mu_{38} \leq 4 & \end{array}$$

Cada desigualdad se obtiene por el número de marcas permisibles en un lugar requerido. Para obtener la matriz de incidencia del controlador, se realiza la operación:

$$D_c = -LD_p \quad (2)$$

La conexión de los lugares  $c_1, c_2, c_3, \dots, c_{11}$  en la planta se calculan usando (2), donde  $D_c$  es la matriz de incidencia del controlador,  $D_p$  es la matriz de incidencia de la planta. Se desarrollan los cálculos matemáticos y se obtiene la matriz de incidencia del controlador  $D_c$ .

$$D_c = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Para obtener el marcado inicial del controlador  $\mu_{c_0}$ , se realiza la operación matricial:

$$\mu_{c_0} = b - L\mu_{p_0} \quad (3)$$

Obteniendo:

$$\mu_{c_0} = [5 \quad 12 \quad 15 \quad 12 \quad 15 \quad 5 \quad 15 \quad 4 \quad 12 \quad 1 \quad 1]^T - L\mu_{p_0}$$

$$\mu_{c_0} = [5 \quad 12 \quad 15 \quad 12 \quad 15 \quad 5 \quad 15 \quad 4 \quad 12 \quad 1 \quad 1]^T$$

Así el marcado inicial de cada lugar del controlador obedece a las restricciones de la tabla II. Al realizar la operación matricial es como resulta el máximo supervisor permisible mostrado en la parte sombreada de la figura 6.

## VI. CONCLUSIONES

En este artículo se presentó el diseño de un controlador con la metodología de Moody y Antsaklis (1999) en redes de Petri implementado en un proceso de producción de embotellado y a su vez se comprobó su funcionamiento al estudiar la evolución del marcado inicial en la red. Se observó que las RdP de los dos procesos no son binarias, además en la RdP con controlador se obtuvieron dos arcos con peso 12 y 9 arcos inhibidores, (Desel and Esparza, 1995). El método de Moody y Antsaklis (1999) es práctico y computacionalmente de bajo costo en términos de tamaño, tiempo de diseño y complejidad de implementación, por los que se recomienda su aplicación en procesos industriales semejantes al tratado en este trabajo de investigación y en procesos más complejos. El algoritmo obtenido puede traducirse en diagrama de escalera (Jiménez *et. al*, 2001) para implementarse en un Controlador Lógico Programable (PLC). Como trabajo futuro se desarrollará la traducción de la RdP a lenguaje de escalera.

## REFERENCIAS

- Aguirre, L., O. Begovich, A. Ramírez (2002). Asymptotic Observer Design for Event Systems Base on Estimation Error Model. CIC-IPN, Computación y Sistemas, Número especial, México 2002, pp. 050-057.
- Aguirre, L., O. Begovich, A. Ramírez (2002). Observability in Interpreted Petri Nets using Sequence Invariants. Proc. of the 41st IEEE Conference on Decision and Control, Las Vegas, USA, pp. 3602-3607.
- Chacón, E., I. Besembel, F. Narciso, J. Montilva and E. Colina (2002). An Integration Architecture for the Automation of a Continuous Production Complex. ISA transaction 41, 95-113.
- Desel, J. and J. Esparza (1995). Free Choice Petri Nets. Cambridge University Press.
- Jiménez, I., E. López, A. Ramírez (2001). Synthesis of Ladder Diagrams from Petri Nets Controller Models. Proc. of the IEEE, International Symposium on Intelligent Control, pp. 225 - 230, México.
- Li, H. and T. J. Williams (1994). Formalization and extension of the purdue enterprise reference architecture and the purdue methodology.
- Moody, J., P. Antsaklis (1999). Petri Net Supervisors for DES with Uncontrollable and Unobservable Transitions. Technical Report of the ISIS Group at the University of Notre Dame ISIS-99-004, February, 1999.
- Meda, M.E., A. Ramírez, A. Malo (1998). Identification in discrete event systems. Proc. of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, pp. 740-745.
- Murata, T. (1989). Petri Nets: Properties, Analysis and Applications.. Proc. IEEE, Vol. 77, no 4 pp. 541-580
- Rivera, R. I., L. Aguirre, A. Ramírez, E. López (2000). Observer Design for Discrete Event Systems Modeled by Interpreted Petri Nets.. In IEEE Conference on Decision and Control, Sydney, Australia, pp 2260-2265.
- Seatzu, C. and A. Giua. (2000). Observability Properties of Petri Nets. The 39th IEEE Conference on Decision and Control, Sydney, Australia.
- Silva, M. (1985). Petri Nets on Automatics and Data Processing. Madrid, Spain: AC Ed.
- Valdés, S.A.F., E.S.P. Velázquez y E.G.H. Martínez (2010). Modelado y Control de una Celda Automatizada de Manufactura Flexible basado en Redes de Petri. Congreso AMCA 2010. Puerto Vallarta, Jalisco, México
- Wyns, J. (1999). Reference Architecture for Holonic Manufacturing Systems. PhD thesis. Catholic University of Leuven, Department of Mechanical Engineering. Leuven, Belgium.
- Zhou and K. Venkatesh. (1998). Modeling, Simulation and Control of Flexible Manufacturing Systems a Petri Net Approach. New York: World Scientific Ed.